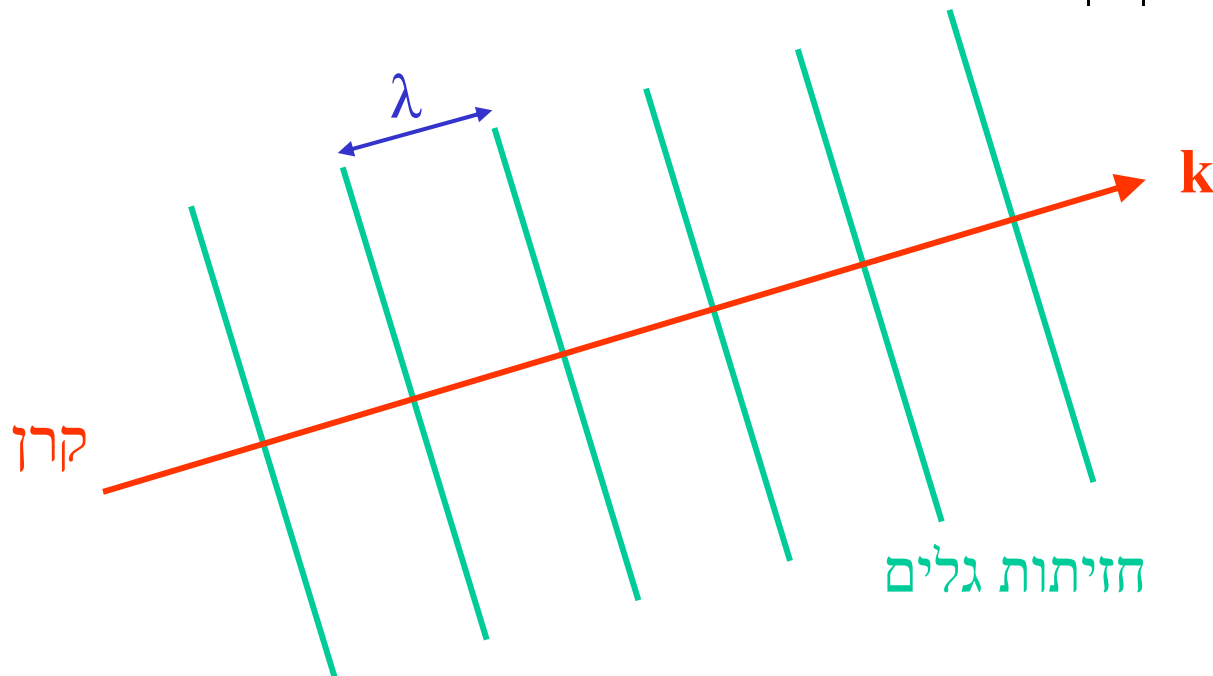


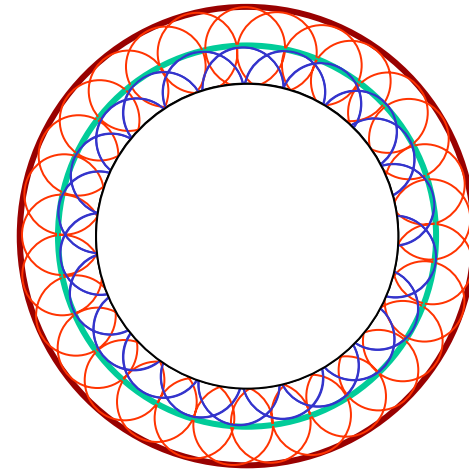
# חזיתות גל וקרנים

ניתן לתאר גל על ידי  $A \exp [ i ( \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t ) ]$   
כיוון ההתקדמות הוא  $\mathbf{k}$ , ועצמת  $\mathbf{k}$  היא  $k = 2 \pi / \lambda$   
חזית הגל **מאונכת** לכיוון ההתקדמות  $\mathbf{k}$   
**עצמת** הגל היא  $|A|^2$



# בניית הויגנס (Huygens)

- לפי הויגנס, חזית הגל היא מיקום ההפרעה הרגעית של התווך
- אם אנו יודעים את חזית הגל ברגע מסוים, אנו יכולים לעקוב אחרי התפתחותה
- כל נקודה בחזית הגל משמשת כמקור של ההפרעה החדשה, ויוצרת גל כדורי
- חזית הגל החדשה היא המעטפת של כל הגלים הכדוריים
- ניסוי יאנג בהתאבכות דרך שני סדקים מהווה הוכחה של הבנייה
- שימוש נוסף: עדשות כבידה



# עדשות כבידה

לפי תורת הכבידה, יש עיקום של המרחב-זמן בגלל הימצאות מסה. עיקום המרחב-זמן תלוי בפוטנציאל הכבידה  $\Phi$ . בגלל שמסות תמיד מושכות,  $0 \leq \Phi$ .

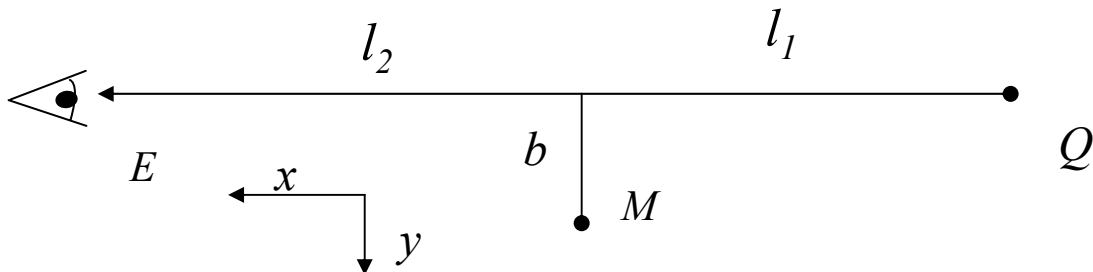
מגדירים מקדם שבירה אפקטיבי  $\mu_g$

$$\mu_g = 1 - \frac{2\Phi}{c^2}$$

למשל עבור מסה נקודתית  $M$  מקבלים  $\Phi = -MG/r$ . נניח שצופים בקוור  $Q$  מאחורי גלכסיה שמסתה  $M$  ונמצאת בפרמטר פגיעה  $b$  מהקו הישר לקוור. המסלול האופטי יהיה

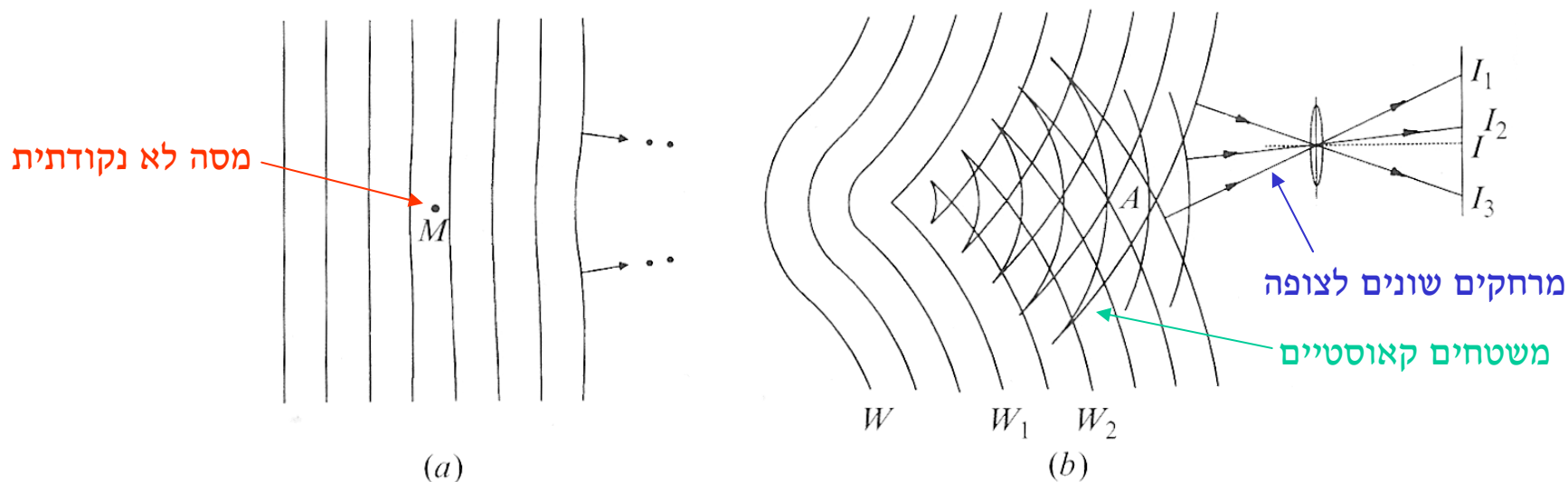
$$s = \overline{QE} = \int_Q^E \mu_g(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_{-l_1}^{l_2} \left( 1 + \frac{2MG}{c^2 \sqrt{x^2 + b^2}} \right) dx = l_1 + l_2 + \frac{2MG}{c^2} \ln \frac{4l_1 l_2}{b^2}$$

ככל שקרובים למסה המסלול האופטי ארוך יותר, כמו בעדשה חיובית.



# כבידה וחזית הגל

חזית הגל שמגיעה לצופה היא המשטח שווה-המרחק ( $s$  קבוע). היא מחושבת לפי עקרון הויגנס מחזית הגל הקודמת.

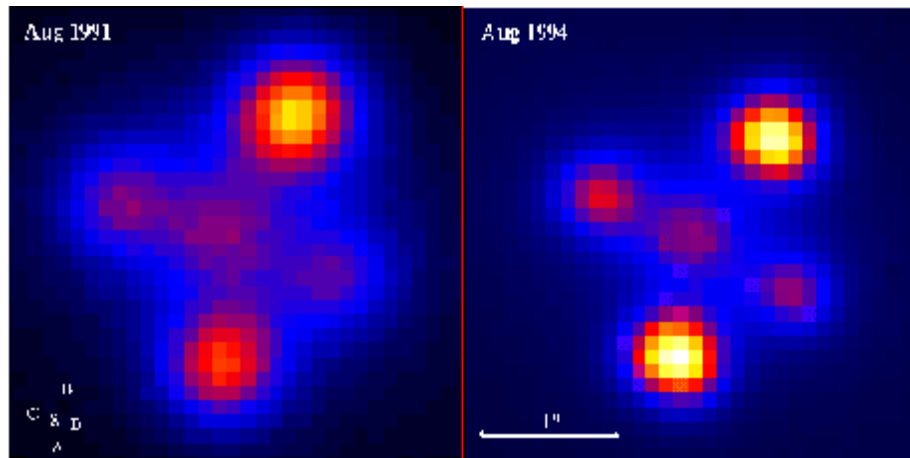


קרן האור ניצבת לחזית הגל בכל נקודה. זווית הסטיה שלה (בזוויות קטנות) היא

$$\frac{ds}{dy} = \frac{l_1}{l_1 + l_2} \frac{ds}{db} = \frac{l_1}{l_1 + l_2} \frac{4MG}{bc^2}$$

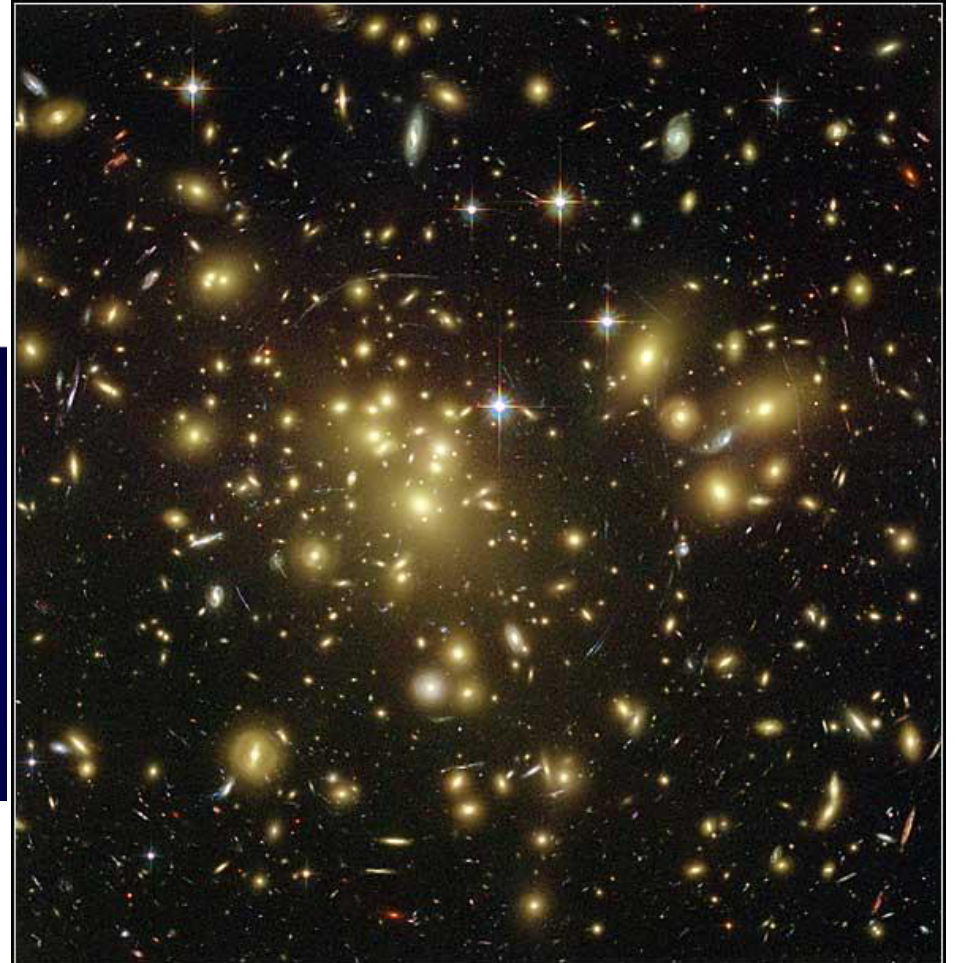
כך הוכחה לראשונה תורת הכבידה של אינשטיין בשנת 1919.

# דוגמות של עדשות כבידה



Galaxy Cluster Abell 1689

HST • ACS



NASA, N. Benítez (JHU), T. Broadhurst (Hebrew Univ.), H. Ford (JHU),  
M. Clampin (STScI), G. Hartig (STScI), G. Illingworth (UCO/Lick Observatory),  
the ACS Science Team and ESA  
STScI-PRC03-01a

# עקרון פרמה (Fermat)

$$n(s) = \frac{c}{v(s)} = \frac{\text{מהירות האור בריק}}{\text{מהירות האור בנקודה } s} \geq 1$$

• מקדם השבירה הוא

• אם המהירות משתנה לפי  $v(s)$ , מה יהיה מסלול האור?

• עקרון פרמה: **בחר במסלול הקיצוני**, שבו ניתן לעבור בזמן הקיצוני

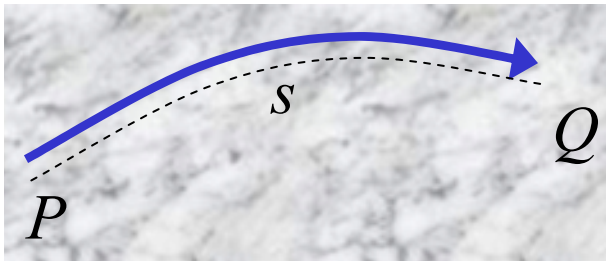
$$\overline{PQ} = \int_P^Q n(s) ds$$

• המסלול האופטי מנקודה  $P$  לנקודה  $Q$ :

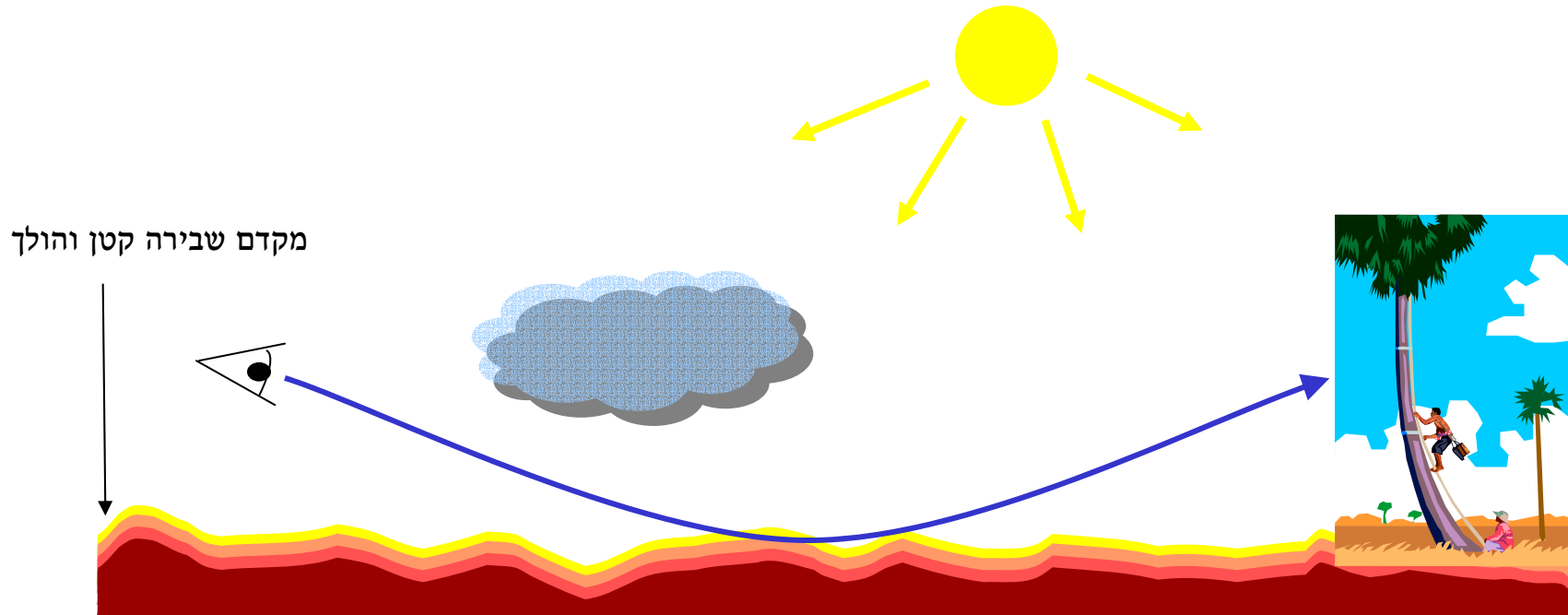
• זמן המעבר יהיה:  $\overline{PQ}$

• דרישת האקסטרמום היא:  $c$

$$\delta \overline{PQ} = 0$$

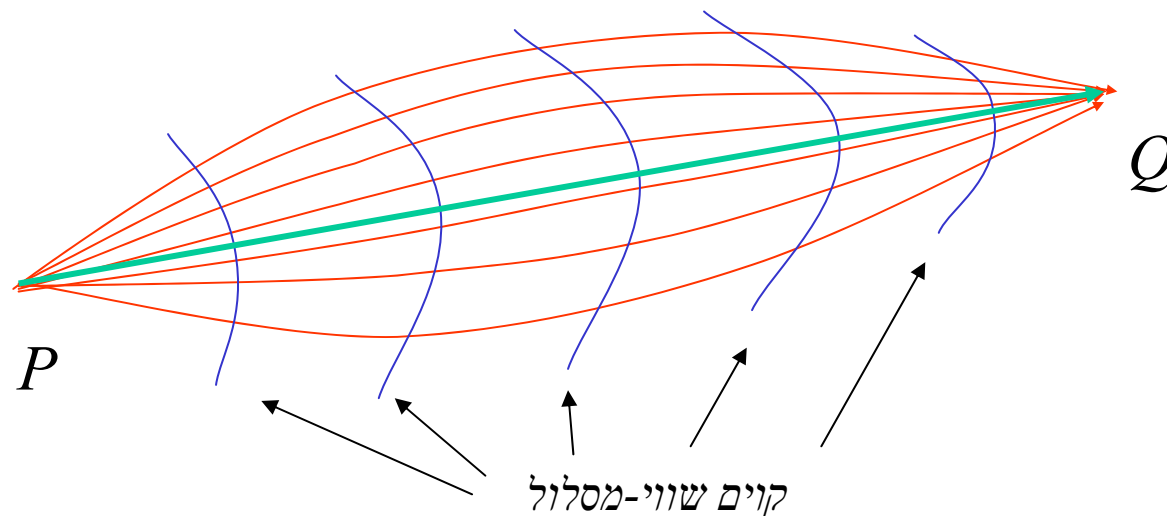


# מיראז', או פאטה מורגנה



השמש מחממת את האדמה על ידי קרינה. האדמה החמה בתורה מחממת את שכבות האוויר התחתונות בעיקר בהסעה. מקדם השבירה של השכבות החמות יותר הוא נמוך יותר. מסלול האור מתכופף בהתאם לעקרון פרמה. פתרון אחר שנובע מהעקרון הוא המסלול הישיר.

# פרמה והתאבכות



- מתחילים עם הרבה קרניים מנקודה  $P$

- לכל הקרניים מסלולים שונים מאוד כשהם מגיעים לנקודה  $Q$

- השונות היא הרבה מאוד ארכי גל

- אי לכך, הקרניים יתחברו בצורה אקראית ויתאבכו בצורה הורסת

- רק למסלולים הקצרים ביותר (בסביבות הקיצוניות) יהיו מסלולים דומים מספיק להתחבר

- באותו מופע ולהתאבך בצורה בונה





# מפרמה לסנל

שני מסלולים קרובים בין הנקודות  $P$  ו- $Q$ .  
 המסלולים נבדלים בשיעור  $p - q$ .  
 כיון שמקדמי השבירה הם שונים,  $n_1$  ו- $n_2$   
 אזי ההפרש הוא

$$n_1 p - n_2 q \approx n_1 d \sin \hat{i} - n_2 d \sin \hat{r}.$$

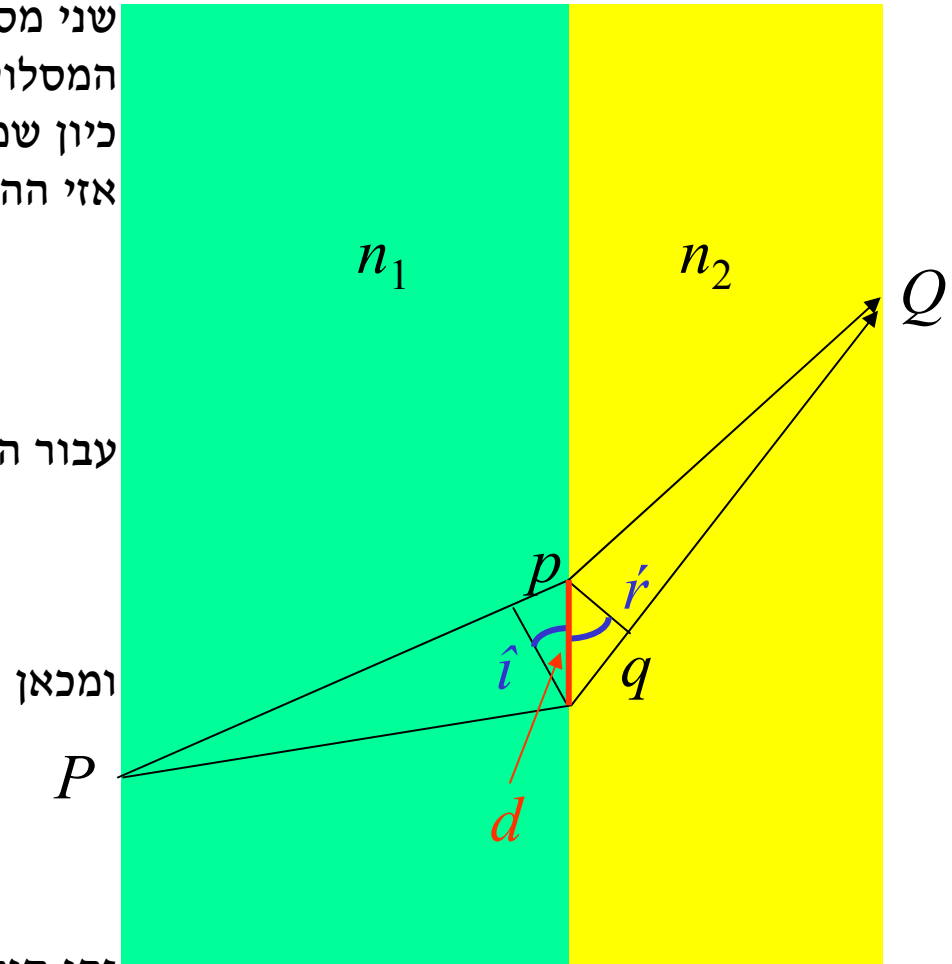
עבור המסלול הקצר ביותר

$$n_1 p - n_2 q \rightarrow 0.$$

ומכאן

$$n_1 \sin \hat{i} = n_2 \sin \hat{r}.$$

זהו חוק השבירה של סנל (Snell). הוא מאפשר  
 לנו לעקוב אחרי כל קרן ושיפוע הקרן דרך  
 המערכת האופטית.



# משוואת (לוטשי) העדשות

עדשה דקה באוויר

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f}$$

מקדם שבירה של העדשה

מרחק המוקד של העדשה

מרחקים מהעדשה לעצם ולדמות

רדיוסי משטחי העדשה

מראה

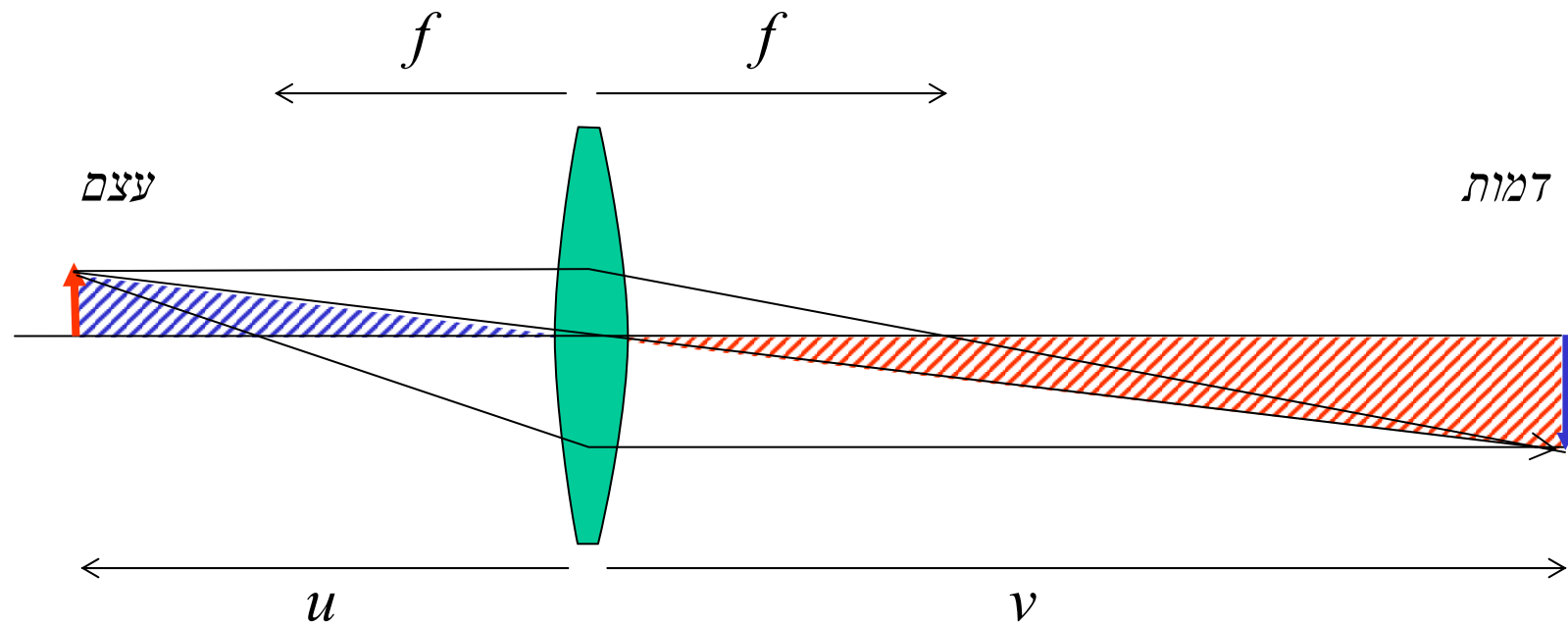
$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$$

מרחקים מהמראה לעצם ולדמות

רדיוס המראה

מרחק המוקד של המראה

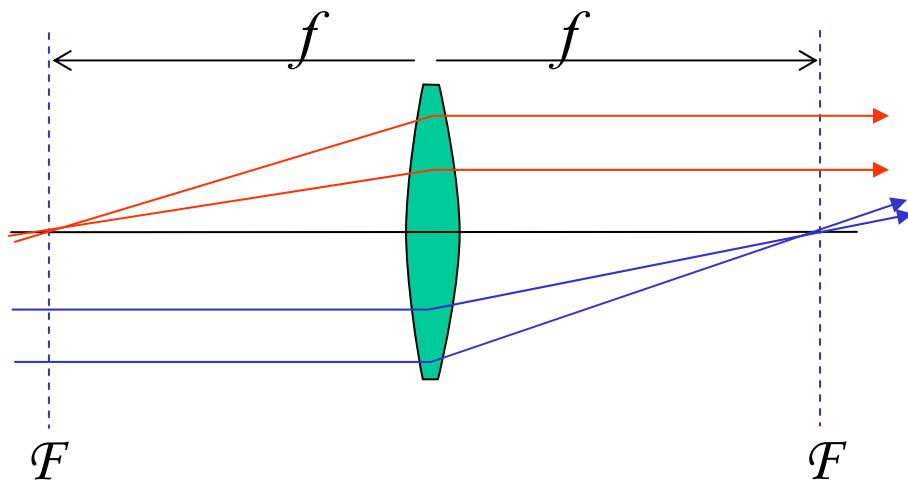
# הגדלה



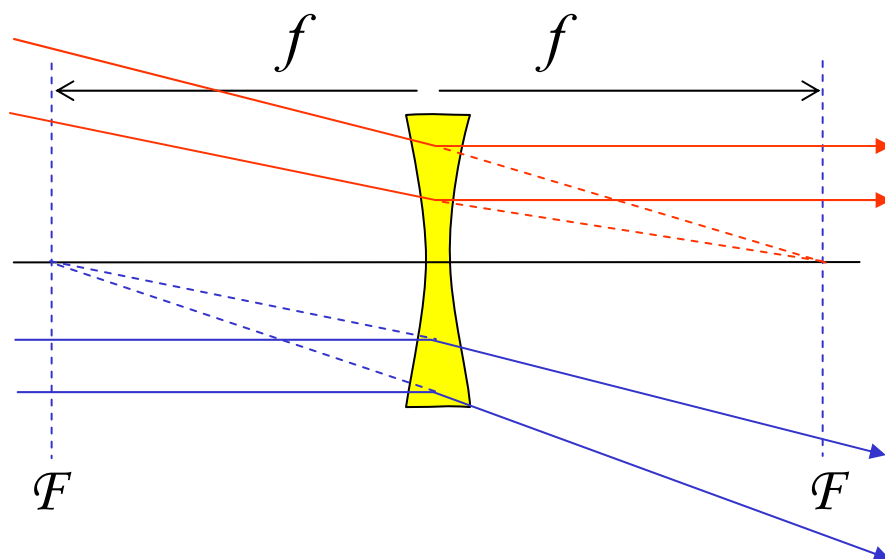
בגלל דמיון משולשים:

$$m = \frac{-v}{u}$$

# מישורי מוקד

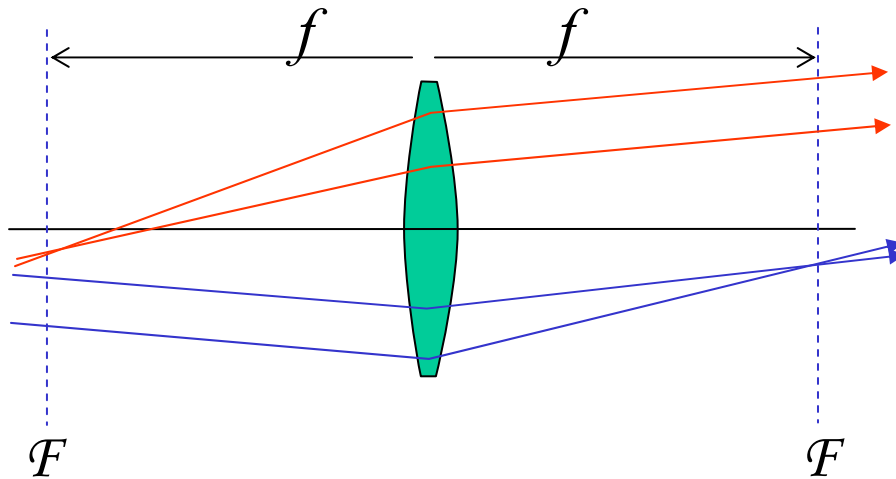


עדשה חיובית, קרניים מתכנסות



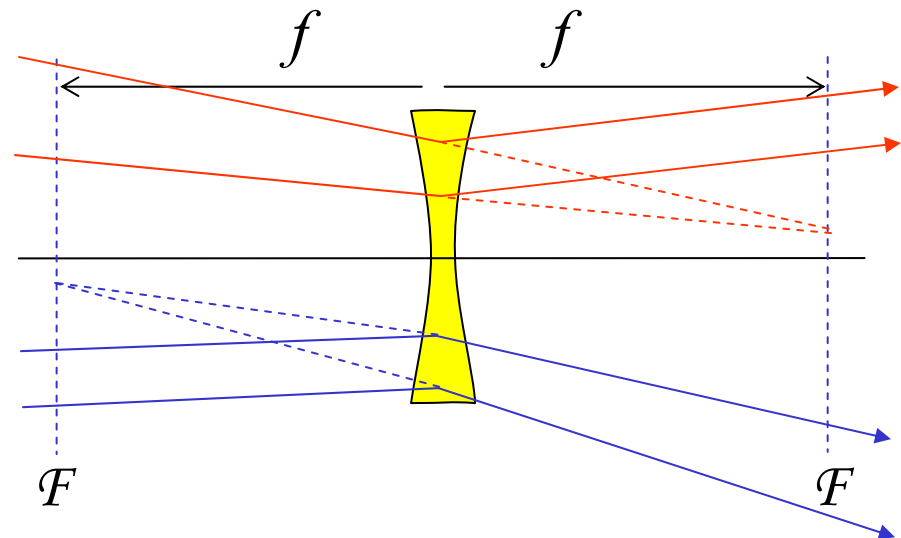
עדשה שלילית, קרניים מתבדרות

# ועוד על מישורי מוקד

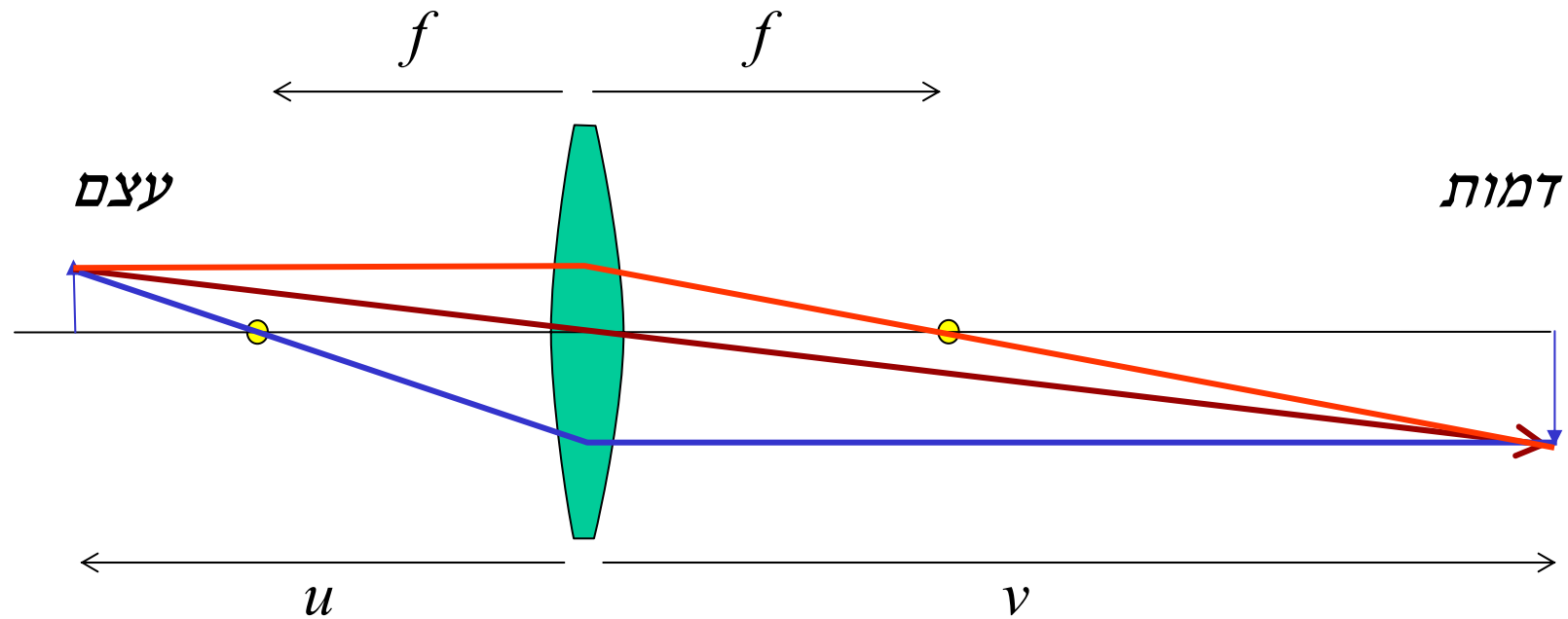


קרנים בזוית לציר האופטי מתמקדות  
במישור המוקד, ולהפך: עצמים במישור  
המוקד יוצרים אלומות ממוקבלות  
(collimated)

לקרנים המגיעות בזוית יש מוקד  
מדומה במישור המוקד. אלומה  
ממוקבלת, שלה מוקד מדומה במישור  
המוקד, יוצרת אלומה מתבדרת



# מעקב קרניים (ray tracing)

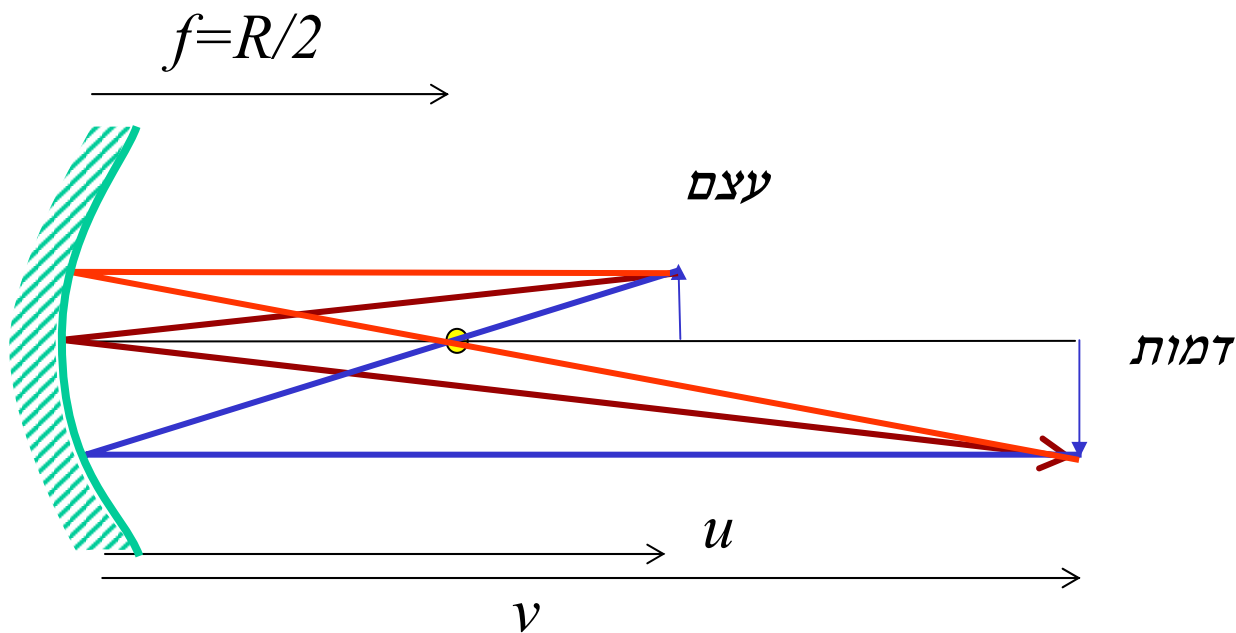


1. קרניים מקבילות לציר האופטי מתכנסות למוקד הנגדי

2. קרניים דרך מרכז העדשה ממשיכות במסלול ישר

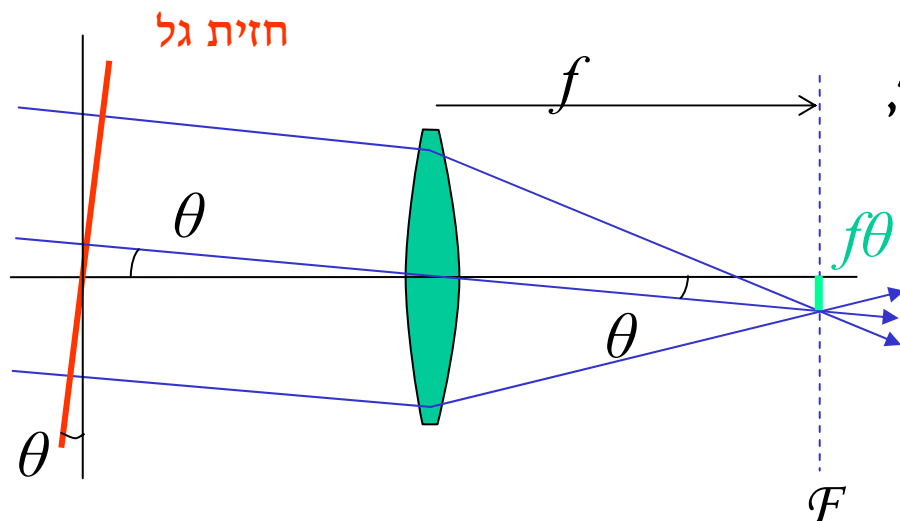
3. קרניים דרך המוקד ממשיכות במקביל לציר אופטי מעבר לעדשה

# מעקב קרניים, מראה



1. קרניים מקבילות לציר האופטי מתכנסות למוקד הנגדי
2. קרניים דרך מרכז המראה מוחזרות בזווית שבה הגיעו
3. קרניים דרך המוקד מוחזרות במקביל לציר אופטי

# שיפוע מקומי



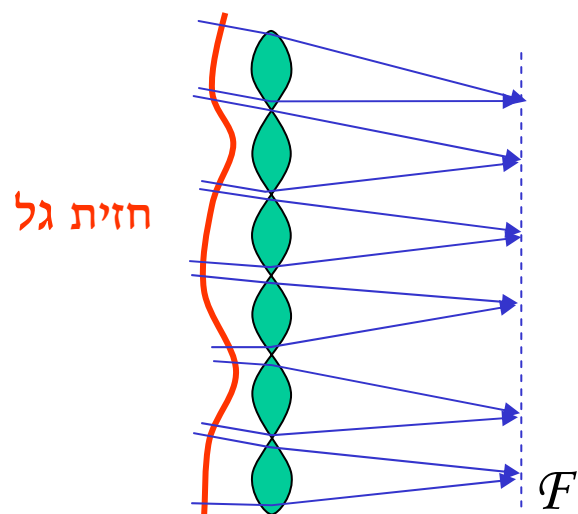
- קרנים בזווית  $\theta$  מתמקדות על מישור המוקד, במרחק  $f\theta$  מן הציר האופטי

- $\theta$  היא גם השיפוע הממוצע של חזית הגל הנכנסת לעדשה

- לכן אנו יכולים למדוד את השיפוע הממוצע של חזית הגל בעדשה

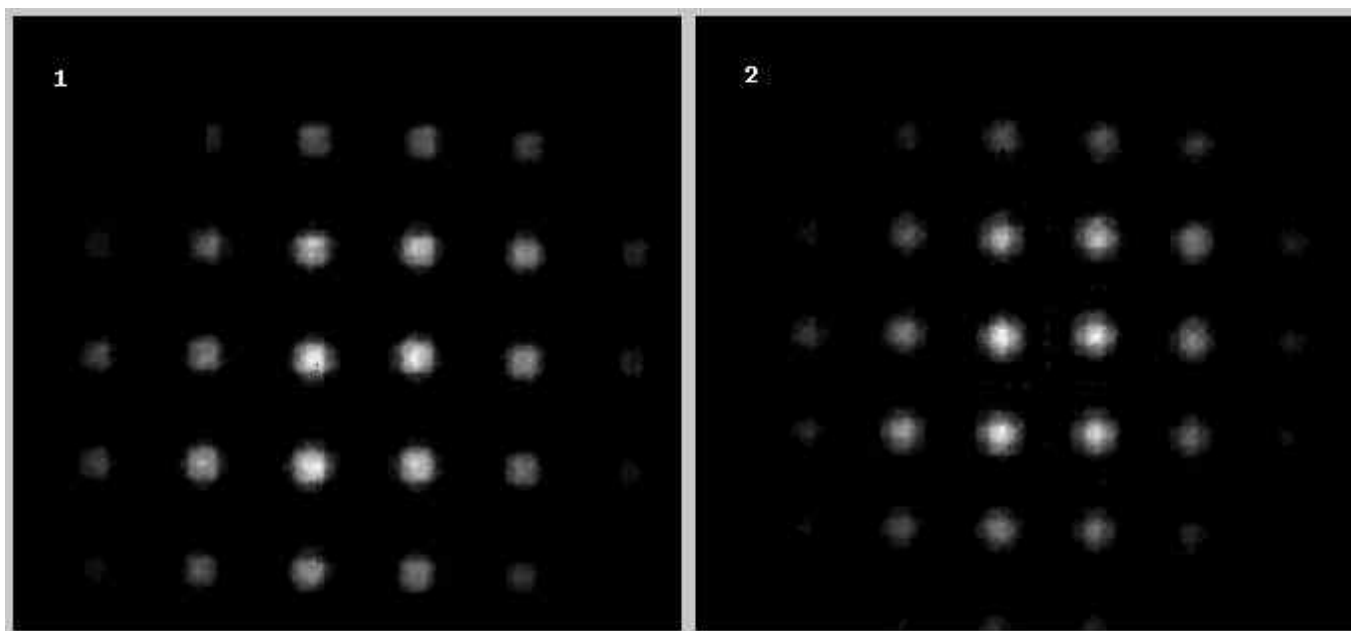
- אם נוסיף עדשות רבות, נוכל לבנות את חזית הגל קטעים קטעים

- זהו הבסיס לגלאי חזית הגל של הרטמן-שאק (Hartmann-Shack)





# דוגמה למדידת חזית גל



- תמונה 1: יחוס; תמונה 2: מדידה
- עיקר השינוי: הזזה (הטית קרן) וצפיפות (מיקוד)